



Międzynarodowy Konkurs Matematyczny

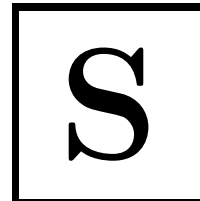
KANGUR 2024

Student

Klasy III i IV liceów oraz III, IV i V techników

Czas trwania konkursu: 75 minut

Podczas konkursu nie wolno używać kalkulatorów!



Pytania po 3 punkty

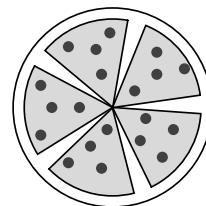
1. $\frac{2,024 \cdot 2024}{20,24 \cdot 202,4} =$

- A) 0,01 B) 0,1 C) 1 D) 10 E) 100

2. Która z poniższych liczb jest jednocześnie o 2 mniejsza od wielokrotności 10, o dwa większa od kwadratu pewnej liczby całkowitej i jest podwojeniem liczby pierwszej?

- A) 78 B) 58 C) 38 D) 18 E) 6

3. Kinga podzieliła pizzę na sześć równych kawałków. Następnie zjadła jeden kawałek, a pozostałe rozłożyła, zachowując równe przerwy między nimi. Jaka jest miara kąta pomiędzy kolejnymi kawałkami?

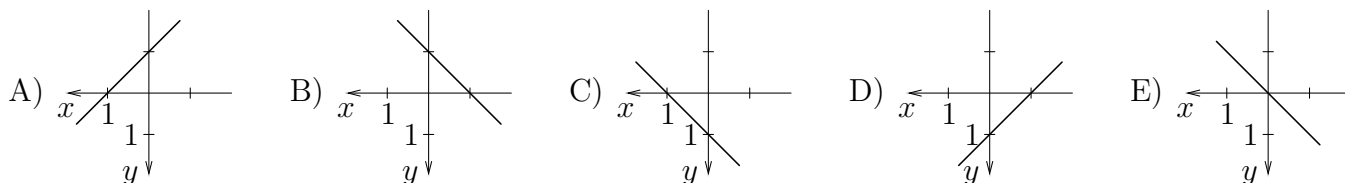


- A) 5° B) 8° C) 9° D) 10° E) 12°

4. Które z poniższych wyrażeń ma taką samą wartość jak $16^{15} + 16^{15} + 16^{15} + 16^{15}$?

- A) 16^{19} B) 4^{31} C) 4^{60} D) 16^{60} E) 4^{122}

5. Przekorny Janusz zawsze wprowadza układ współrzędnych na płaszczyźnie tak, by osie współrzędnych były skierowane odpowiednio w lewo i w dół. Który z poniższych rysunków przedstawia prostą $y = x + 1$ w jego układzie współrzędnych?

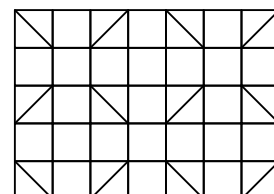


6. Kajtek ma nietypową sześcienną kostkę do gry. Prawdopodobieństwo wyrzucenia każdej z liczb 2, 3, 4 i 5 jest równe $\frac{1}{6}$, ale prawdopodobieństwo wyrzucenia liczby 6 jest dwa razy większe niż prawdopodobieństwo wyrzucenia liczby 1. Jakie jest prawdopodobieństwo wyrzucenia liczby 6?

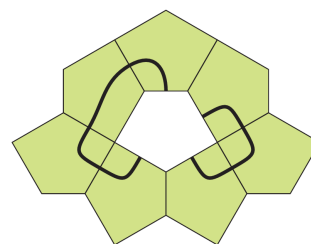
- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{7}{36}$ D) $\frac{2}{9}$ E) $\frac{5}{18}$






7. Kuba chce tak pokolorować kwadraty i trójkąty w diagramie obok, by figury mające bok lub choćby wierzchołek wspólny były różnego koloru. Co najmniej ilu kolorów potrzebuje?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7



8. Z kartoników identycznego kształtu układamy wzór. Który z poniższych kartoników należy położyć w środku, by linie na kartonikach utworzyły przecinającą się pętlę?



- A)  B)  C)  D)  E) 

9. Sześć szklanek stoi na stole dnem do dołu. W każdym ruchu odwracamy dokładnie cztery szklanki. Co najmniej ile ruchów potrzeba, by wszystkie szklanki stały dnem do góry?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

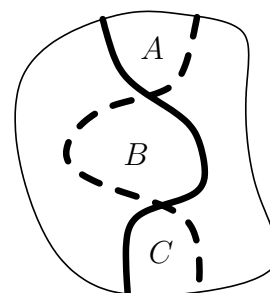
10. Student na początku miał liczbę 1. Przemnożył ją przez 6 lub przez 10. Wynik znowu przemnożył przez 6 lub przez 10 i powtórzył tę czynność wielokrotnie. Której z poniższych liczb nie mógł w ten sposób uzyskać?

- A) $2^{100}3^{20}5^{80}$ B) $2^{90}3^{20}5^{80}$ C) $2^{90}3^{20}5^{70}$ D) $2^{110}3^{80}5^{30}$ E) $2^{50}5^{50}$

Pytania po 4 punkty

11. Przez park poprowadzono dwie ścieżki oznaczone na planie obok odpowiednio linią ciągłą i przerywaną. Każda z nich dzieli park na dwa obszary o równych polach. Jaka zależność musi zachodzić między polami A , B i C ?

- A) $B = \frac{1}{2}(A + C)$ B) $B = \frac{2}{3}(A + C)$ C) $B = \frac{3}{5}(A + C)$
D) $A = C$ E) $B = A + C$

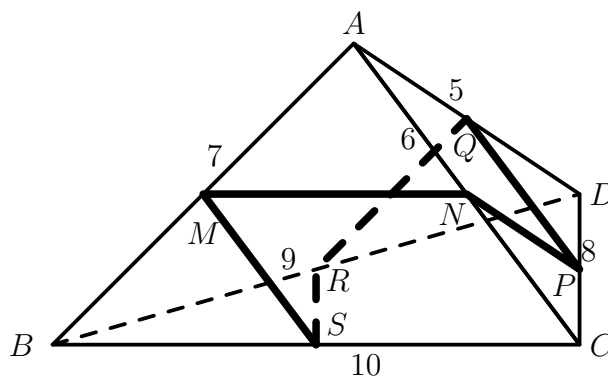


12. Dla pewnej liczby naturalnej n dokładnie jedna z poniższych wypowiedzi jest prawdziwa. Która?

- A) 3 jest dzielnikiem n . B) 6 jest dzielnikiem n . C) n jest nieparzyste.
D) $n = 2$. E) n jest liczbą pierwszą.

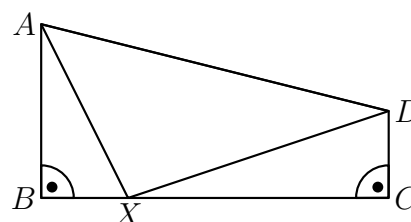
13. Krawędzie ostrosłupa $ABCD$ o podstawie trójkątnej mają długości 5, 6, 7, 8, 9 i 10. Punkty M , N , P , Q , R i S są środkami krawędzi ostrosłupa jak pokazano na rysunku. Jaka jest długość przestrzennej łamanej zamkniętej $MNPQRSM$?

- A) 19 B) 20 C) 21 D) 22 E) 23



14. W czworokącie $ABCD$ kąty o wierzchołkach B i C są proste, $|AB| = 4$, $|BC| = 8$ i $|CD| = 2$. Jaka jest najmniejsza możliwa suma odległości $|AX| + |XD|$, jeśli punkt X leży na odcinku BC ?

- A) $9\sqrt{2}$ B) 10 C) 12 D) 13 E) Inna wartość.

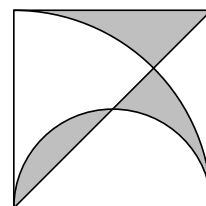


15. Jan ma białe i czarne drewniane klocki w kształcie sześcianu o krawędzi 1 cm. Używając 27 spośród tych klocków, chce zbudować taki sześcian o krawędzi 3 cm, by połowa jego powierzchni była biała, a połowa czarna. Co najmniej ilu czarnych klocków musi użyć?

- A) 14 B) 13 C) 12 D) 11 E) Innej liczby klocków.

16. W kwadracie o boku 6 narysowano przekątną oraz połowę i ćwiartkę okręgu — zobacz rysunek. Jakie jest pole zacieniowanej części kwadratu?

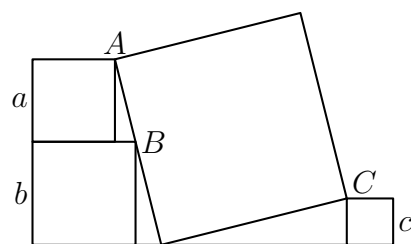
- A) 9 B) 3π C) $6\pi - 9$ D) $10\pi/3$ E) 12



17. Dane są dwie liczby dodatnie p i q , przy czym $p < q$. Które z poniższych wyrażeń przedstawia największą liczbę?

- A) $\frac{p+3q}{4}$ B) $\frac{p+2q}{3}$ C) $\frac{p+q}{2}$ D) $\frac{2p+q}{3}$ E) $\frac{3p+q}{4}$

18. Rysunek przedstawia cztery kwadraty. Długości boków trzech mniejszych są równe odpowiednio a , b i c . Wierzchołki A i C dwóch mniejszych kwadratów pokrywają się z dwoma przeciwległymi wierzchołkami dużego kwadratu, a wierzchołek B leży na boku dużego kwadratu. Które z poniższych wyrażeń przedstawia długość boku dużego kwadratu?



- A) $\frac{1}{2}(a+b+c)$ B) $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ C) $\sqrt{(a+b)^2+c^2}$
 D) $\sqrt{(b-a)^2+c^2}$ E) $\sqrt{a^2+ab+b^2+c^2}$

19. Ile liczb trzycyfrowych zawiera co najmniej jedną z cyfr 1, 2 lub 3?

- A) 27 B) 147 C) 441 D) 557 E) 606

20. Jeśli w pewnej liczbie czterocyfrowej $N = \overline{pqr\bar{s}}$ wstawimy przecinek dziesiętny między q i r , to otrzymana liczba $\overline{pq,r\bar{s}}$ będzie średnią arytmetyczną liczb dwucyfrowych \overline{pq} i $\overline{r\bar{s}}$. Jaka jest suma cyfr liczby N ?

- A) 14 B) 18 C) 21 D) 25 E) 27

Pytania po 5 punktów

21. Jednocześnie zapalono dwie świece tej samej wysokości. Każda z nich spala się ze stałą, lecz właściwą dla siebie prędkością. Do całkowitego wypalenia się pierwszej świecy potrzeba 4 godzin, a do wypalenia drugiej — 5 godzin. Po ilu godzinach wysokość jednej świecy będzie trzy razy większa od wysokości drugiej?

- A) $\frac{40}{11}$ B) $\frac{45}{12}$ C) $\frac{63}{20}$ D) 3 E) $\frac{47}{14}$

22. Mamy sześć kart. Karty oznaczono parami liczb $(5, 12)$, $(3, 11)$, $(0, 16)$, $(7, 8)$, $(4, 14)$ i $(9, 10)$, pisząc po jednej liczbie na każdej stronie. Karty układamy w kratki diagramu

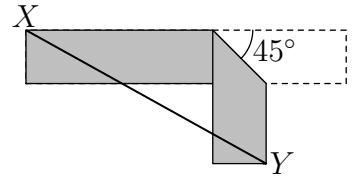
$$\square + \square + \square - \square - \square - \square$$

i wykonujemy działania. Jaki jest najmniejszy wynik, który możemy uzyskać?

- A) -23 B) -24 C) -25 D) -26 E) -27

23. Liczby całkowite a , b i c są parami różne i niezerowe. Wiadomo, że trójmiany kwadratowe $ax^2 + bx + c$ i $bx^2 + ax + c$ mają wspólny pierwiastek. Które z poniższych zdań musi być prawdziwe?
- A) $a > 0$ B) $b < 0$ C) $a + b + c = 0$
 D) Wspólnym pierwiastkiem jest 0.
 E) Trójmian $ax^2 + bx + c$ ma dokładnie jeden pierwiastek.

24. Prostokątny pasek papieru długości 12 cm i szerokości 2 cm za-gięto pod kątem 45° jak na rysunku. Ile centymetrów ma najmniejsza możliwa długość odcinka XY ?



- A) $6\sqrt{2}$ B) $7\sqrt{2}$ C) 10 D) 8 E) $6 + \sqrt{2}$

25. Elżbieta ma pewną liczbę symetrycznych dwunastościennych kostek. Ściany każdej kostki ponumerowane są liczbami od 1 do 12. Przy jednoczesnym rzucie wszystkimi kostkami prawdopodobieństwo wyrzucenia dokładnie jednej 12 jest takie samo jak prawdopodobieństwo tego, że liczba 12 nie wypadnie ani razu. Ile kostek ma Elżbieta?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

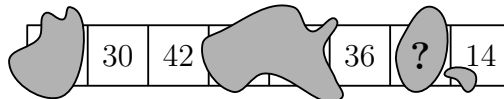
26. Dla pewnego wielomianu $W(x)$ i dowolnego x zachodzi równość $W(x + 1) = x^2 - x + 2W(6)$. Jaka jest suma współczynników wielomianu $W(x)$?

- A) -40 B) -6 C) 12 D) 40 E) Inna.

27. Jeśli $2^x = 3$, $2^y = 7$ i $6^z = 7$, to która z poniższych równości zachodzi?

- A) $z = \frac{y}{1+x}$ B) $z = \frac{x}{y} + 1$ C) $z = \frac{y}{x} - 1$ D) $z = \frac{x}{y-1}$ E) $z = y - \frac{1}{x}$

28. Pasek papieru składa się z 8 kwadratów. Początkowo w każdy kwadrat wpisano liczbę 0. Następnie wykonano pewną liczbę ruchów, z których każdy polegał na wybraniu 4 kolejnych kwadratów i dodaniu 1 do liczby w każdym z wybranych kwadratów. Rysunek pokazuje pasek po tych operacjach, ale niestety niektóre cyfry zostały zalane atramentem.



- Jaka liczba znajduje się w kwadracie oznaczonym znakiem zapytania?

- A) 24 B) 30 C) 36 D) 48 E) Żadna z poprzednich.

29. Dla pewnej funkcji $f(x)$ i wszystkich rzeczywistych x zachodzi równość $f(20 - x) = f(22 + x)$. Wiadomo, że funkcja ta ma dokładnie dwa miejsca zerowe. Czemu jest równa suma tych miejsc zerowych?

- A) -1 B) 20 C) 21 D) 22 E) Innej liczbie.

30. Na okręgu zaznaczono w równych odstępach 12 punktów. Ile trójkątów zawierających kąt wewnętrzny o mierze 45° otrzymamy, wybierając na wszystkie możliwe sposoby trzy z tych punktów?

- A) 48 B) 60 C) 72 D) 84 E) 96