*Kangourou Sans Frontières*

*Wydział Matematyki i Informatyki*
*Uniwersytetu Mikołaja Kopernika*
*w Toruniu*

*Towarzystwo Upowszechniania Wiedzy*
*i Nauk Matematycznych*

## Międzynarodowy Konkurs Matematyczny

# KANGUR 2013

## Junior

**J**

**Klasy III gimnazjów i I liceów**

***Czas trwania konkursu: 75 minut***

***Podczas konkursu nie wolno używać kalkulatorów!***

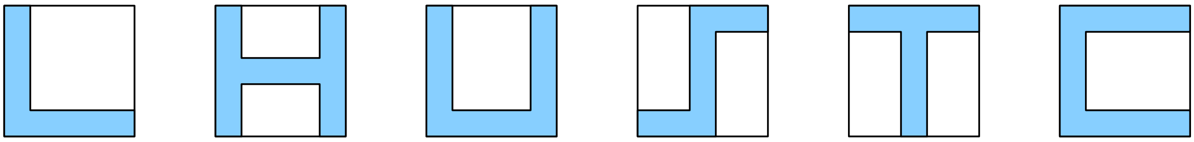
---

**Pytania po 3 punkty**

**1.** Liczba $200013 - 2013$ nie jest podzielna przez

A) 2. B) 3. C) 5. D) 7. E) 11.

**2.** Na sześciu jednakowych kwadratowych kartkach Marysia zacieniowała następujące figury:



Ile z tych figur ma obwód równy obwodowi kartki?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

**3.** Pani Malinowska kupiła po 4 lizaki dla czwórki swoich dzieci. Przy zakupie skorzystała z oferowanej przez sklep promocji. Ile złotych zapłaciła za zakupione lizaki?

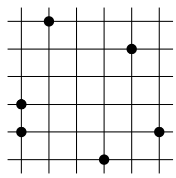
Lizaki
1 lizak — 20 groszy
Co szósty lizak gratis!

A) 0,80 B) 1,20 C) 2,80 D) 3,20 E) 80

**4.** Iloczyn pewnych trzech liczb spośród 2, 4, 16, 25, 50, 125 jest równy 1000. Ile jest równa suma tych trzech liczb?

A) 70 B) 77 C) 131 D) 143 E) Inny wynik.

**5.** Na siatce utworzonej z kwadratów o boku długości 1 zaznaczono 6 punktów. Obliczono pola wszystkich trójkątów o wierzchołkach w tych punktach. Najmniejsze z tych pól jest równe



A) 1/4. B) 1/3. C) 1/2. D) 1. E) 2.

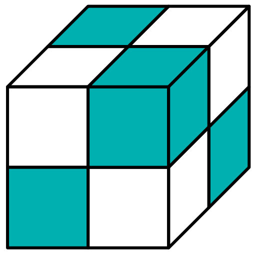
**6.** Michał poprawnie dodał do liczby $4^{15}$ liczbę $8^{10}$ i w wyniku otrzymał

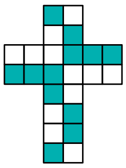
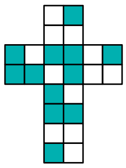
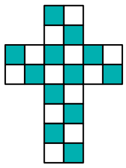
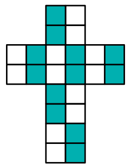
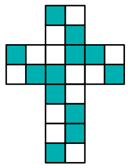
A) $2^{10}$. B) $2^{15}$. C) $2^{20}$. D) $2^{30}$. E) $2^{31}$.

**7.** Która z poniższych liczb jest największa?

A) $\sqrt{20} \cdot \sqrt{13}$ B) $\sqrt{20} \cdot 13$ C) $20 \cdot \sqrt{13}$ D) $\sqrt{201} \cdot 3$ E) $\sqrt{2013}$

**8.** Sześcian na rysunku zbudowano z czterech białych i czterech szarych sześcianów. Z której z poniższych siatek można skleić tak samo wyglądający sześcian?

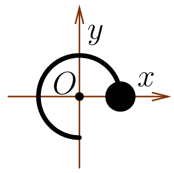


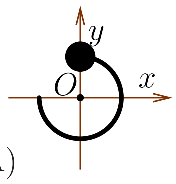
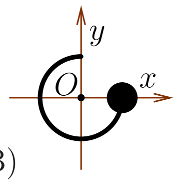
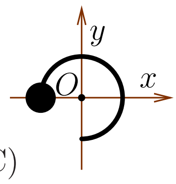
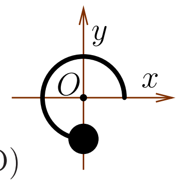
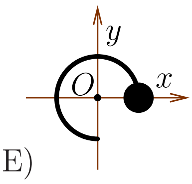
A)  B)  C)  D)  E) 

**9.** Różnica między największą liczbą trzycyfrową podzielną przez 4 i najmniejszą liczbą trzycyfrową podzielną przez 4 jest równa

A) 900. B) 899. C) 896. D) 225. E) 224.

**10.** Figurę przedstawioną w układzie współrzędnych (rysunek obok) obrócono wokół punktu $O$ o $90°$ w kierunku przeciwnym do ruchu wskazówek zegara, a następnie odbito symetrycznie względem osi $Ox$. Jaką figurę otrzymano?

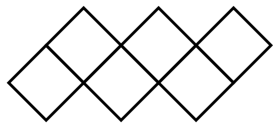




A)

B)

C)

D)

E)

---

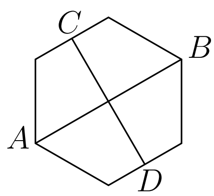
**Pytania po 4 punkty**

**11.** Figura na rysunku to „zygzak” utworzony z 6 kwadratów o boku 1. Jego obwód jest równy 14. Ile jest równy obwód „zygzaka” utworzonego z 2013 takich kwadratów?



A) 2022 B) 4028 C) 4032 D) 6038 E) 8054

**12.** W sześciokącie foremnym, o polu równym 60, punkty $A$ i $B$ są jego przeciwległymi wierzchołkami, a punkty $C$ i $D$ środkami jego przeciwległych boków. Pole prostokąta o bokach długości $|AB|$ i $|CD|$ jest równe

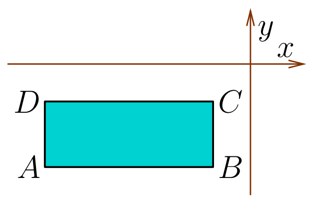



A) 40. B) 50. C) 60. D) 80. E) 100.

**13.** Uczniowie pewnej klasy napisali sprawdzian z matematyki. Gdybyśmy każdemu chłopcu do wyniku uzyskanego ze sprawdzianu dodali 3 punkty, to średni wynik klasy ze sprawdzianu wzrósłby o 1,2 punktu. Ile procent uczniów tej klasy stanowią dziewczęta?

A) 20% B) 30% C) 40% D) 60% E) Nie można tego obliczyć.

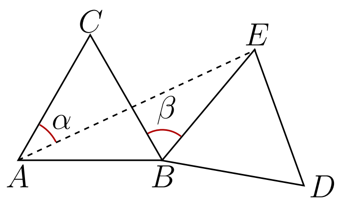
**14.** Boki prostokąta $ABCD$ leżącego w trzeciej ćwiartce układu współrzędnych są równoległe do osi układu (patrz rysunek). Dla każdego z wierzchołków prostokąta dzielimy jego rzędną (drugą współrzędną) przez odciętą (pierwszą współrzędną). Dla którego z wierzchołków otrzymana tym sposobem liczba jest najmniejsza?




A) $A$ B) $B$ C) $C$ D) $D$ E) Zależy to od wymiarów prostokąta.

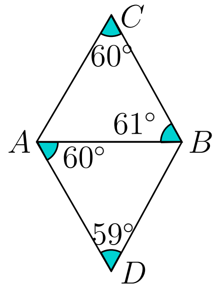
**15.** Pan Jan i jego syn obchodzą dzisiaj (21.03.2013) swoje urodziny. Pan Jan bezbłędnie pomnożył liczbę swoich lat przez liczbę lat swojego syna i otrzymał 2013. W którym roku Pan Jan się urodził?

A) 1981 B) 1982 C) 1953 D) 1952 E) 1950




**16.** Trójkąt $EBD$ jest obrazem trójkąta równobocznego $ABC$ w obrocie dokoła punktu $B$ (patrz rysunek). Ile jest równe $\alpha$, jeśli $\beta = 70°$ ?

A) $20°$ B) $25°$ C) $30°$ D) $35°$ E) $40°$

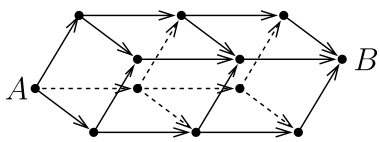



**17.** Piotr zamierzał narysować dwa trójkąty równoboczne tworzące romb. W trakcie rysowania niestarannie odmierzył niektóre boki. Magda dokładnie zmierzyła na rysunku Piotra cztery kąty i stwierdziła, że nie wszystkie są sobie równe – patrz rysunek. Który z odcinków na rysunku Piotra jest najdłuższy?

A) $AD$ B) $AC$ C) $AB$ D) $BC$ E) $BD$

**18.** Zbiór kolejnych pięciu liczb całkowitych dodatnich ma następującą własność: suma trzech pewnych liczb z tego zbioru jest równa sumie dwóch pozostałych liczb tego zbioru. Ile jest takich zbiorów liczb całkowitych?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) Więcej niż 3.




**19.** Ile jest różnych ścieżek prowadzących od punktu $A$ do punktu $B$ w grafie przedstawionym na rysunku?

A) 6 B) 8 C) 9 D) 12 E) 15

**20.** Suma wszystkich cyfr pewnej liczby sześciocyfrowej jest parzysta, a iloczyn wszystkich jej cyfr jest nieparzysty. Które ze zdań wypowiedzianych o tej liczbie jest prawdziwe?

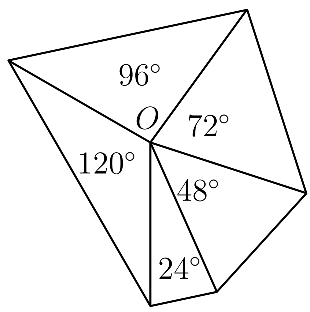
A) Dokładnie dwie albo dokładnie cztery cyfry tej liczby są parzyste.
B) Taka liczba nie istnieje.
C) Liczba cyfr nieparzystych tej liczby jest nieparzysta.
D) Cyfry tej liczby są parami różne.
E) Żadne z wcześniejszych zdań nie jest prawdziwe.

---

### Pytania po 5 punktów

**21.** Ile liczb całkowitych dodatnich będących wielokrotnościami liczby 2013 ma dokładnie 2013 różnych dodatnich dzielników (do dzielników liczby zaliczamy 1 i tę liczbę)?

A) 0 B) 1 C) 3 D) 6 E) Inna liczba.




**22.** Rysunek obok przedstawia cykl pięciu sąsiadujących trójkątów równoramiennych o ramionach wychodzących z jednego punktu. Miary kątów pomiędzy ramionami kolejnych trójkątów są równe $24°$, $48°$, $72°$, $96°$ , $120°$, a więc wyrażają się całkowitą liczbą stopni, są kolejnymi wielokrotnościami miary najmniejszego z tych kątów i sumują się do $360°$. Ile jest równa miara najmniejszego kąta pomiędzy ramionami trójkąta w takim cyklu sąsiadujących trójkątów utworzonym z możliwie największej liczby trójkątów równoramiennych?

A) $1°$ B) $2°$ C) $3°$ D) $6°$ E) $8°$

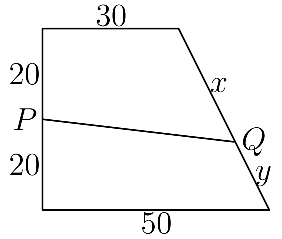
**23.** Ile jest trójkątów, których wierzchołki są wierzchołkami danego 13-kąta foremnego, a środek okręgu opisanego na tym 13–kącie leży wewnątrz tych trójkątów?

A) 72 B) 85 C) 91 D) 100 E) Inna liczba.

**24.** Procedura „SUMY” z listy trzech liczb wytwarza nową listę trzech liczb, zastępując każdą liczbę sumą dwóch pozostałych liczb. Na przykład, z listy $(3, 4, 6)$ procedura „SUMY” wytwarza listę $(10, 9, 7)$, a z niej listę $(16, 17, 19)$. Zaczynamy od listy $(1, 2, 3)$ i wykonujemy kolejno procedurę „SUMY”. Ile razy trzeba wykonać te procedurę, aby na otrzymanej liście pojawiła się liczba 2013 ?

A) Dokładnie 8 razy. B) Dokładnie 9 razy. C) Dokładnie 10 razy.
D) Liczba 2013 może pojawić się kilkakrotnie. E) Liczba 2013 nigdy się nie pojawi.

**25.** Odcinek $PQ$ dzieli trapez prostokątny na dwa czworokąty o równych polach – patrz rysunek obok. Ile jest równy stosunek $\frac{x}{y}$ ?




A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{5}{4}$ D) $\frac{5}{3}$ E) $\frac{5}{2}$

**26.** Liczby 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 i 10 rozmieszczamy w wierzchołkach dziesięciokąta foremnego, po jednej w każdym wierzchołku. Dodając do każdej z nich sumę dwóch liczb sąsiednich, otrzymamy dziesięć sum, z których wybieramy najmniejszą. Największa możliwa wśród wybieranych w ten sposób liczb jest równa

A) 14. B) 15. C) 16. D) 17. E) 18.

**27.** Na 22 kartonikach zapisano liczby całkowite dodatnie od 1 do 22. Ze wszystkich tych kartoników układamy 11 ułamków. Możliwie największa liczba ułamków będących liczbą całkowitą wśród tak utworzonych ułamków jest równa

A) 7. B) 8. C) 9. D) 10. E) 11.

**28.** Z miejscowości wyruszają co godzinę samochody i jadą tą samą drogą ze stałymi prędkościami. Pierwszy jedzie z prędkością 50 km/h, a każdy następny z prędkością o 1 km/h większą od poprzedniego. Ostatni z nich wyruszył 50 godzin po pierwszym i jedzie z prędkością 100 km/h. Jaka jest prędkość samochodu jadącego na czele kawalkady tych aut po 100 godzinach od momentu startu pierwszego samochodu?

A) 50 km/h B) 66 km/h C) 75 km/h D) 84 km/h E) 100 km/h

**29.** Wzdłuż polnej drogi rośnie w rzędzie 100 drzew, są to brzozy i topole. Liczba drzew rosnących pomiędzy dowolnymi dwiema topolami nigdy nie jest równa 5. Ile jest równa możliwie największa liczba topól w takim układzie 100 drzew?

A) 48 B) 50 C) 52 D) 60 E) Opisana sytuacja jest niemożliwa.

**30.** Na spacerze w lesie Jurek zobaczył jadący z naprzeciwka traktor ciągnący długi pień ściętego drzewa. Chcąc dowiedzieć się, jak długi jest ten pień, zaczął odmierzać go swoimi krokami. Od początku do końca pnia odmierzył 20 kroków. Następnie zawrócił i idąc w kierunku jazdy traktora, w tym samym tempie co poprzednio, ponownie odmierzył krokami długość pnia. Tym razem naliczył 140 kroków. Jaką długość miał ten pień drzewa, jeśli krok Jurka miał długość 1 m, a traktor jechał ze stałą prędkością?

A) 30 m B) 35 m C) 40 m D) 48 m E) 80 m

© Kangourou Sans Frontières
www.math-ksf.org

© Towarzystwo Upowszechniania Wiedzy i Nauk Matematycznych
www.kangur-mat.pl