



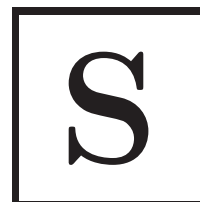
Międzynarodowy Konkurs Matematyczny KANGUR 2022

Student

Klasy III liceów, III i IV techników
oraz szkoły branżowe II stopnia

Czas trwania konkursu: 75 minut

Podczas konkursu nie wolno używać kalkulatorów!



Pytania po 3 punkty

1. Renata ma 20 kart z liczbą 22 na każdej z nich i 22 karty z liczbą 20. Ile wynosi suma wszystkich cyfr zapisanych na tych kartach?

- A) 120 B) 124 C) 128 D) 132 E) 144

2. Ile dodatnich trzycyfrowych liczb całkowitych jest podzielnych przez 13?

- A) 68 B) 69 C) 70 D) 76 E) 77

3. Beata jest starsza od Karola i młodsza od Lidki. Tadeusz jest starszy od Beaty. Które dwie osoby mogą być w tym samym wieku?

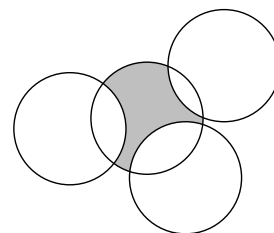
- A) Karol i Tadeusz. B) Tadeusz i Lidka. C) Lidka i Karol.
D) Beata i Lidka. E) Tadeusz i Beata.

4. Iloczyn wszystkich cyfr pewnej liczby dziesięciocyfrowej jest równy 15. Ile wynosi suma cyfr tej liczby?

- A) 8 B) 12 C) 15 D) 16 E) 20

5. Na rysunku pokazano cztery przecinające się okręgi o promieniu 1. Jaki jest obwód zacieniowanego obszaru?

- A) π^2 B) 2π C) $\frac{3}{2}\pi$
D) Jest większy od π i mniejszy od $\frac{3}{2}\pi$. E) π



6. W rzędzie wypisano w porządku rosnącym wszystkie te liczby całkowite od 2 do 2022, w których zapisie mogą występować jedynie cyfry 2 i 0. Liczbą środkową jest

- A) 200. B) 220. C) 222. D) 2000. E) 2002.

7. Ile rzeczywistych rozwiązań ma równanie $(x - 2)^2 + (x + 2)^2 = 0$?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

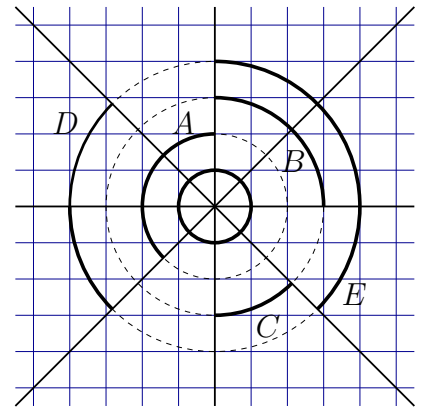
8. Na prostej zaznaczono w kolejności pokazanej na rysunku punkty A , B , C i D . Wiadomo, że $|AC| = 12$ cm i $|BD| = 18$ cm. Jaka jest odległość pomiędzy środkami odcinków AB i CD ?



- A) 15 cm B) 12 cm C) 18 cm D) 6 cm E) 9 cm

9. Cztery proste na rysunku tworzą osiem równych kątów. Długość którego z pięciu pogrubionych łuków jest równa długości najmniejszego okręgu?

- A) *A* B) *B* C) *C* D) *D* E) *E*



10. Jeśli liczby a , b i c są niezerowe i liczby $-2a^4b^3c^2$ i $3a^3b^5c^{-4}$ są tego samego znaku, to która z poniższych nierówności jest z pewnością prawdziwa?

- A) $ab > 0$ B) $b > 0$ C) $c > 0$ D) $bc > 0$ E) $a < 0$

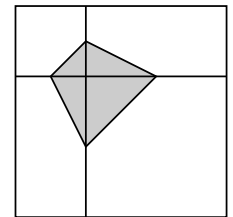
Pytania po 4 punkty

11. Aktualne zużycie wody według wodomierza w łazience to $91,876 \text{ m}^3$. Ile wody należy zużyć, by po raz kolejny wszystkie cyfry wskazania wodomierza były znowu różne?

- A) $0,006 \text{ m}^3$ B) $0,034 \text{ m}^3$ C) $0,086 \text{ m}^3$ D) $0,137 \text{ m}^3$ E) $1,048 \text{ m}^3$

12. Kwadrat został podzielony na dwa mniejsze kwadraty i dwa prostokąty – patrz rysunek. Pole zacięniowanego czworokąta jest równe 3, a jego wierzchołki są środkami boków małych kwadratów. Jakie jest pole niezacięniowanej części dużego kwadratu?

- A) 12 B) 15 C) 18 D) 21 E) 24

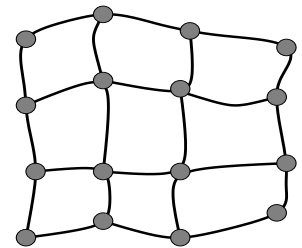


13. Ile wynosi największy wspólny dzielnik liczb $2^{2021} + 2^{2022}$ i $3^{2021} + 3^{2022}$?

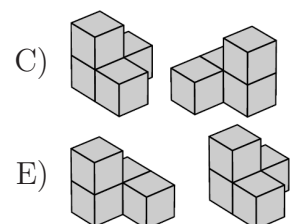
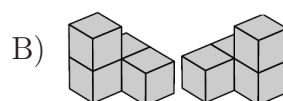
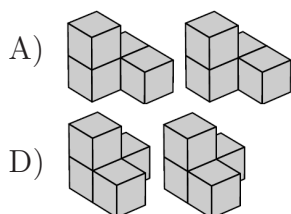
- A) 2^{2021} B) 1 C) 2 D) 6 E) 12

14. Mapa pokazuje 16 miast połączonych drogami. W niektórych z tych miast należy zbudować elektrownie. Każda z planowanych elektrowni może zaopatrywać w prąd miasto, w którym się znajdzie oraz wszystkie miasta połączone z tym miastem pojedynczymi odcinkami dróg. Jaka jest najmniejsza liczba elektrowni, które należy wybudować?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7



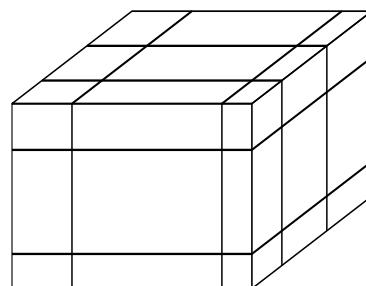
15. Którą parę brył należy złożyć, by otrzymać bryłę z rysunku obok?



16. Pięć liczb tworzy ciąg rosnący. Ich średnia arytmetyczna jest równa 24. Średnia trzech pierwszych liczb wynosi 19, a średnia trzech ostatnich wynosi 28. Jaka jest liczba środkowa?

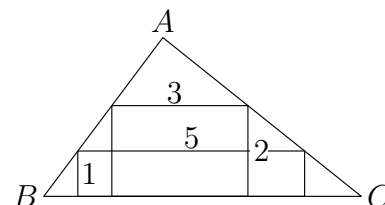
- A) 20 B) 21 C) 22 D) 23 E) 24

17. Prostopadłościan o powierzchni całkowitej S rozcięto sześcioma płaszczyznami na 27 mniejszych prostopadłościanów jak na rysunku. Każda z płaszczyzn jest równoległa do pewnej ściany prostopadłościanu, lecz jej odległość od tej ściany nie jest znana. Czemu jest równa suma powierzchni całkowitych tych 27 prostopadłościanów?



- A) $2S$ B) $\frac{5}{2}S$ C) $3S$ D) $4S$
E) Innej liczbie.

18. W trójkąt ABC wpisano dwa prostokąty o wymiarach odpowiednio 1×5 i 2×3 — patrz rysunek. Jaka jest wysokość trójkąta opuszczona z wierzchołka A ?

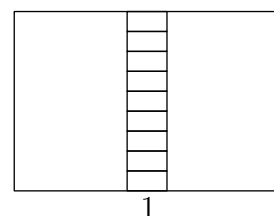


- A) 3 B) $\frac{7}{2}$ C) $\frac{8}{3}$ D) $\frac{6}{5}$ E) Inna.

19. Ile punktów na okręgu o środku w punkcie $(0, 0)$ i promieniu 5 ma obie współrzędne całkowite?

- A) 5 B) 8 C) 12 D) 16 E) 20

20. Prostokąt podzielono na 11 mniejszych prostokątów jak na rysunku. Wyjściowy prostokąt jest podobny do każdego z 11 mniejszych prostokątów, a jego boki są równoległe do odpowiadających im boków najmniejszych prostokątów. Czemu jest równy obwód dużego prostokąta, jeśli dłuższy bok najmniejszego prostokąta ma długość 1?



- A) 20 B) 24 C) 27 D) 30 E) 36

Pytania po 5 punktów

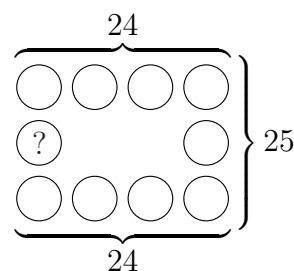
21. Jeśli N jest dodatnią liczbą całkowitą, to ile liczb całkowitych leży między $\sqrt{N^2 + N + 1}$ i $\sqrt{9N^2 + N + 1}$?

- A) $N + 1$ B) $2N - 1$ C) $2N$ D) $2N + 1$ E) $3N$

22. Ile jest dodatnich liczb trzycyfrowych, które są pięciokrotnie większe od iloczynu swoich cyfr?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

23. Liczby od 1 do 10 rozmieszczono po jednej w polach pokazanego diagramu. Suma liczb zarówno w dolnym jak i w górnym wierszu jest równa 24, a suma w prawej kolumnie wynosi 25. Jaka liczba znajduje się w polu oznaczonym znakiem zapytania?



- A) 2 B) 4 C) 5 D) 6
E) Inna liczba.

24. Wszystkie współczynniki wielomianu $P(x)$ są jednocyfrowymi liczbami naturalnymi. Wiadomo, że $P(\sqrt{10}) = 12 + 34\sqrt{10}$. Ile wynosi $P(10)$?

- A) 46 B) 352 C) 3412 D) 3142 E) 4321

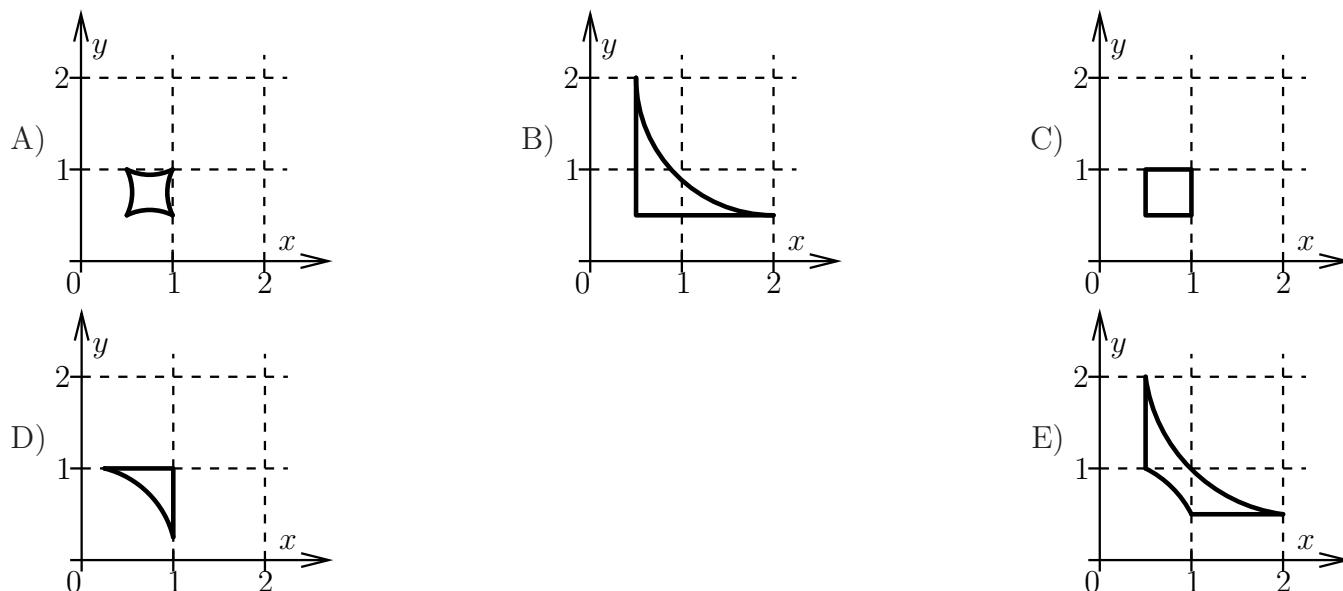
25. Wierzchołki dwudziestokąta foremnego tak ponumerowano liczbami od 1 do 20, że numery sąsiednich wierzchołków różnią się o 1 lub o 2, a następnie pokolorowano na czerwono boki, dla których numery końców różnią się o 1. Ile jest czerwonych boków?

- A) 1 B) 2 C) 5 D) 10 E) To zależy od numeracji wierzchołków.

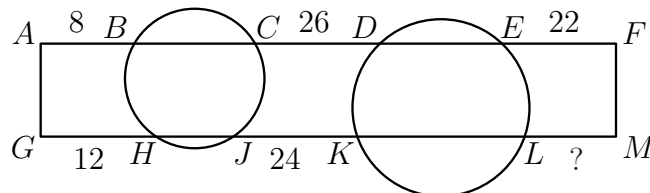
26. W ciągu (a_n) dla wszystkich naturalnych $n \geq 1$ zachodzi $a_{2n} = a_2 a_n + 1$ i $a_{2n+1} = a_2 a_n - 2$. Jaka jest wartość a_2 , jeśli $0 < a_1 < 1$ i $a_7 = 2$?

- A) Równa a_1 . B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

27. Wierzchołki kwadratu mają współrzędne $(1, 1)$, $(2, 1)$, $(2, 2)$ i $(1, 2)$. Kwadrat ten poddajemy przekształceniu, które punkt o współrzędnych (x, y) przeprowadza na punkt o współrzędnych $(\frac{1}{x}, \frac{1}{y})$. Który wykres przedstawia boki tego kwadratu po przekształceniu?

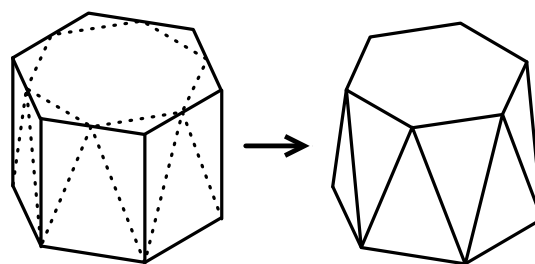


28. Dwa okręgi przecinają prostokąt $AFMG$, jak pokazano na rysunku. Położone na zewnątrz okręgów odcinki mają długości $|AB| = 8$, $|CD| = 26$, $|EF| = 22$, $|GH| = 12$ i $|JK| = 24$. Jaka jest długość odcinka LM ?



- A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

29. Górne narożniki graniastoslupa prawidłowego sześciokątnego ścięto jak pokazuje rysunek. Górna podstawa powstałej bryły jest mniejszym sześciokątem foremnym, a powierzchnię boczną tworzy 12 trójkątów równoramiennych dwóch różnych rozmiarów. Jaka część objętości pierwotnej bryły została ścięta?



- A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{4\sqrt{3}}$ D) $\frac{1}{6\sqrt{2}}$ E) $\frac{1}{6\sqrt{3}}$

30. Widownia boiska jest prostokątem utworzonym z siedzeń ustawionych w regularne rzędy i kolumny. Na ostatnim meczu w każdym rzędzie siedziało 11 kibiców gospodarzy, w każdej kolumnie siedziało 14 kibiców gości i dokładnie 17 miejsc na widowni pozostało wolnych. Co najmniej ile miejsc ma widownia?

- A) 500 B) 660 C) 690 D) 840 E) 994