



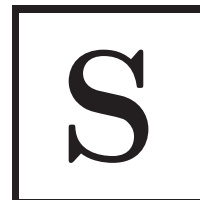
Międzynarodowy Konkurs Matematyczny KANGUR 2020

Student

Klasy II i III liceów 3-letnich
oraz klasy II, III i IV techników 4-letnich

Czas trwania konkursu: 75 minut

Podczas konkursu nie wolno używać kalkulatorów!



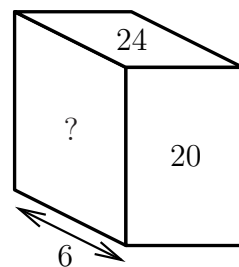
Pytania po 3 punkty

1. Suma dwóch ostatnich cyfr iloczynu $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ jest równa

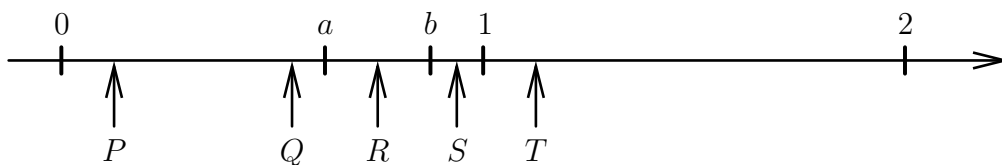
- A) 2. B) 4. C) 6. D) 8. E) 16.

2. Na rysunku oznaczono długość jednej krawędzi prostopadłościanu oraz pola dwóch ścian tego prostopadłościanu. Jakie jest pole ściany oznaczonej znakiem zapytania?

- A) 18 B) 24 C) 30 D) 36 E) 42



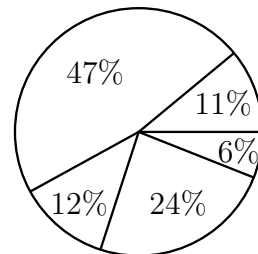
3. Romek zaznaczył na osi liczbowej punkty odpowiadające liczbom a i b (patrz rysunek). Który z punktów P, Q, R, S, T może odpowiadać iloczynowi ab ?



- A) P B) Q C) R D) S E) T

4. Diagram kołowy pokazuje, w jaki sposób docierają na zajęcia uczniowie pewnej szkoły. Z roweru korzysta w przybliżeniu dwa razy więcej uczniów niż z komunikacji publicznej. Liczby podwożonych samochodem i przychodzących pieszo są mniej więcej równe. Pozostali przyjeżdżają na hulajnodze. Jaki procent uczniów korzysta z hulajnogi?

- A) 6% B) 11% C) 12% D) 24% E) 47%



5. Suma pięciu liczb trzycyfrowych \overline{abc} , \overline{bcd} , \overline{cde} , \overline{dea} oraz \overline{eab} wynosi 2664. Czemu jest równa suma $a + b + c + d + e$?

- A) 4 B) 14 C) 24 D) 34 E) 44

6. Liczby całkowite a, b i c spełniają nierówności $1 \leq a \leq b \leq c$. Jaka jest największa możliwa wartość b , jeśli $abc = 1\,000\,000$?

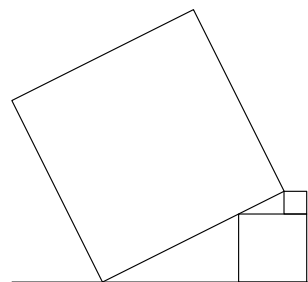
- A) 100 B) 250 C) 500 D) 1000 E) 2000

16. Dwie pierwsze od lewej cyfry pewnej liczby stycyfrowej to w kolejności 2 i 9. Ile cyfr ma kwadrat tej liczby?

- A) 101 B) 199 C) 200 D) 201 E) Nie można tego określić.

17. Duży kwadrat opiera się na dwóch mniejszych kwadratach o polach 1 i 9 (patrz rysunek). Jakie jest pole dużego kwadratu?

- A) 49 B) 80 C) 81 D) 82 E) 100

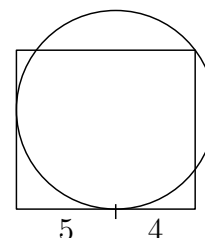


18. Ciąg (a_n) zadany jest warunkami $a_1 = 1$, $a_2 = 3$ oraz $a_{n+2} = a_n + a_{n+1}$ dla $n \geq 1$. Ile jest liczb parzystych wśród 2020 początkowych wyrazów tego ciągu?

- A) 673 B) 674 C) 1010 D) 1011 E) 1347

19. Okrąg styczny do dwóch boków prostokąta przechodzi przez jeden z jego wierzchołków. Jeden z punktów styczności jest oddalony od wierzchołków odpowiednio o 4 i 5 (patrz rysunek). Ile wynosi pole tego prostokąta?

- A) 27π B) 25π C) 72 D) 63 E) Inna wartość.



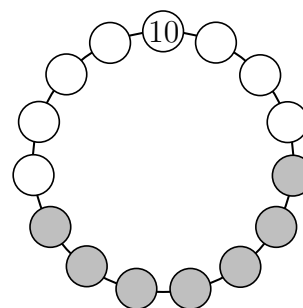
20. Pewna liczba naturalna N dzieli się przez wszystkie liczby naturalne od 2 do 11 z wyjątkiem dwóch. Która z poniższych par liczb może być tym wyjątkiem?

- A) 2 i 3 B) 4 i 5 C) 6 i 7 D) 7 i 8 E) 10 i 11

Pytania po 5 punktów

21. W kółkach na obwodzie dużego koła umieszczono 15 liczb. Dla każdych siedmiu sąsiednich pól suma umieszczonych w nich liczb jest identyczna (na rysunku przykład takiej siódemki oznaczono na szaro). Liczba w jednym z pól jest równa 10. Ile spośród liczb 75, 216, 365 i 2020 może być sumą wszystkich piętnastu liczb?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

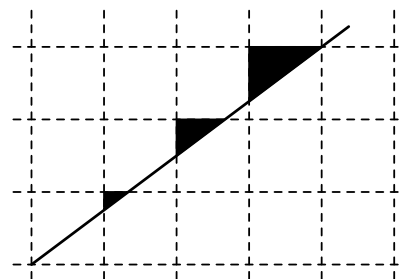


22. Tomek ma w pudełku 71 kulek. W jednym ruchu wolno mu wyjąć z pudełka dokładnie 30 kulek lub dołożyć do pudełka 18 kulek spośród wcześniej wyjętych. Tomek może powtarzać powyższe operacje tyle razy, ile chce. Jaka jest najmniejsza możliwa liczba kulek w pudełku?

- A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 11

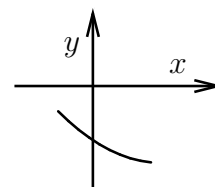
23. Na kartce w kratkę wykreślono fragment linii prostej i zamalowano trzy trójkąty jak na rysunku. Jaki jest stosunek pól zamalowanych trójkątów?

- A) 1 : 2 : 3 B) 1 : 2 : 4 C) 1 : 3 : 9 D) 1 : 4 : 8 E) Inna odpowiedź.



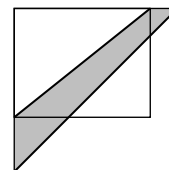
24. Rysunek pokazuje fragment wykresu paraboli o równaniu $y = ax^2 + bx + c$. Która z poniższych liczb jest dodatnia?

- A) c B) $b + c$ C) ac D) bc E) ab



25. Po zwiększeniu boków prostokątnego ogrodu odpowiednio o 20% i 50% ogród przyjął kształt kwadratu (patrz rysunek). Ile wynosiło pole ogrodu przed powiększeniem, jeśli pole zacieniowanego obszaru między przekątnymi jest równe 30 m^2 ?

- A) 60 m^2 B) 65 m^2 C) 70 m^2 D) 75 m^2 E) 80 m^2

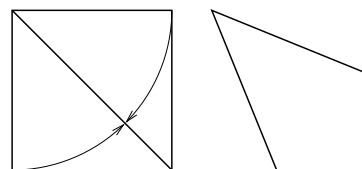


26. Z rana, gdy Anna wybierała dwa smaki lodów, lodziarnia oferowała lody w 16 smakach. Po południu, gdy Beata wybierała trzy smaki lodów, część smaków była już wyprzedana. Okazało się, że Anna i Beata mogły wybierać z tej samej liczby kombinacji. Ile smaków zostało wyprzedanych?

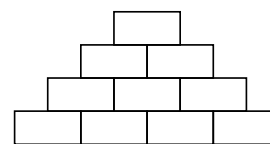
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

27. Wojtek wziął kwadratową kartkę papieru o boku 1 dm i zagiął ją tak, że dwa boki kwadratu spotkały się na przekątnej (patrz rysunek). Ile decymetrów kwadratowych ma czworokąt, który w ten sposób otrzymał?

- A) $2 - \sqrt{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\sqrt{2} - 1$ D) $\frac{7}{10}$ E) $\frac{3}{5}$

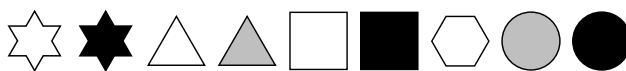


28. Piramidą wysokości n nazywamy symetryczny diagram schodkowy utworzony z jednakowych prostokątnych pól rozłożonych w wiersze długości odpowiednio $n, n - 1, \dots, 2, 1$ (piramidę wysokości cztery pokazano na rysunku). Diagram wypełniamy, wpisując od dołu do góry po jednej liczbie w każde pole według następujących reguł. Dolny rząd wypełniamy z lewa na prawo różnymi liczbami pierwszymi p_1, p_2, \dots, p_n . W każde inne pole wpisujemy iloczyn liczb z dwóch pól położonych bezpośrednio pod nim. Niech $K = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_n^{\alpha_n}$ będzie liczbą w najwyższym polu. Dla pewnej piramidy $\alpha_2 = 8$. Ile liczb w tym diagramie jest podzielnych przez p_4 ?



- A) 4 B) 16 C) 24 D) 28 E) 36

29. Adam i Bartek usiłują odkryć, która z poniższych figur jest ulubioną figurą Celiny.



Adam wie, że Celina ujawniła Bartkowi jej kształt, a Bartek wie, że Adam poznał jej kolor. W pewnej chwili Adam powiedział: „Nie wiem, jaka jest ulubiona figura Celiny i wiem, że Bartek także tego nie wie”. Na to Bartek odrzekł: „Na początku nie znałem ulubionej figury Celiny, ale teraz już ją znam”. Usłyszawszy to, Adam stwierdził: „Teraz to i ja ją znam”. Jaka jest ulubiona figura Celiny?

- A) B) C) D) E)

30. Na boku BC trójkąta ABC obrano taki punkt D , że $|BD| = |AC|$. Niech P i M będą odpowiednio środkami odcinków CD i AB . Jaka jest miara kąta x , jeżeli $|\sphericalangle ACB| = 110^\circ$ (patrz rysunek)?

- A) $42,5^\circ$ B) 45° C) $47,5^\circ$ D) 50° E) 55°

