



Kangourou Sans Frontières



Wydział Matematyki i Informatyki
Uniwersytetu Mikołaja Kopernika
w Toruniu

Towarzystwo Upowszechniania Wiedzy
i Nauk Matematycznych

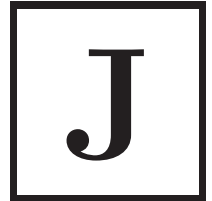
Międzynarodowy Konkurs Matematyczny KANGUR 2015

Junior

Klasy III gimnazjów i I liceów

Czas trwania konkursu: 75 minut

Podczas konkursu nie wolno używać kalkulatorów!



Pytania po 3 punkty

1. Która z poniższych liczb jest najbliższa liczbie $20,15 \cdot 51,02$?

- A) 100 B) 1 000 C) 10 000 D) 100 000 E) 1 000 000

2. Mama zrobiła pranie i wywiesiła do suszenia koszulki na linie jedna za drugą. Następnie poprosiła swoją córkę, aby powiesiła po jednej skarpecie pomiędzy każde dwie koszulki. Teraz na linie suszy się 29 sztuk odzieży. Ile koszulek suszy się na linie?

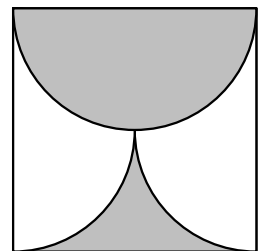
- A) 10 B) 11 C) 13 D) 14 E) 15

3. Cyfrą jedności liczby $2015^2 + 2015^0 + 2015^1 + 2015^5$ jest

- A) 1. B) 5. C) 6. D) 7. E) 9.

4. Zacieniowany obszar kwadratu o boku a jest ograniczony półokręgiem i dwiema ćwiartkami okręgu (patrz rysunek). Ile jest równe pole zacieniowanego obszaru?

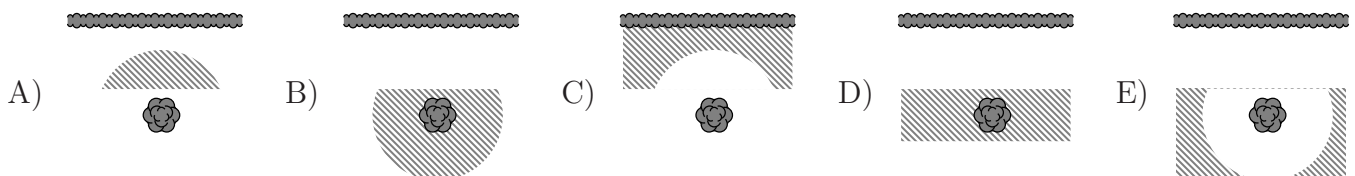
- A) $\frac{\pi a^2}{8}$ B) $\frac{a^2}{2}$ C) $\frac{\pi a^2}{2}$ D) $\frac{a^2}{4}$ E) $\frac{\pi a^2}{4}$



5. Siostry Ania, Beata i Celina kupiły paczkę 30 herbatników. Ciastka podzieliły między siebie po równo. Na zakup ciastek Ania dała 80 gr, Beata 50 gr, Celina zaś 20 gr. O ile więcej ciastek miałyby Ania, gdyby siostry podzieliły ciastka proporcjonalnie do wyłożonych kwot?

- A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

6. Pan Harpagon chce wykopać skarb, który zakopał w swoim ogrodzie kilka lat temu. Pamięta jedynie, że zakopał go w odległości co najmniej 5 m od żywopłotu i co najwyżej 5 m od pnia starej gruszy. W którym z zacieniowanych obszarów pan Harpagon powinien szukać swojego skarbu?

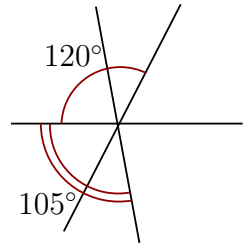


7. W klasie jest 33 uczniów. Każdy z nich lubi informatykę lub wychowanie fizyczne. Trzech uczniów lubi oba te przedmioty. Liczba uczniów lubiących tylko informatykę jest dwa razy większa od liczby uczniów lubiących tylko wychowanie fizyczne. Ilu uczniów tej klasy lubi informatykę?

- A) 15 B) 18 C) 20 D) 22 E) 23

8. Trzy proste przecinają się w jednym punkcie. Na rysunku zaznaczono miary kątów pomiędzy dwiema parami tych prostych. Ile jest równa miara najmniejszego kąta pomiędzy dwiema spośród tych trzech prostych?

- A) 60° B) 45° C) 30° D) 25° E) 15°

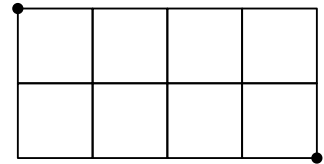


9. Która z poniższych liczb nie jest ani kwadratem, ani sześcianem liczby naturalnej?

- A) 6^{13} B) 5^{12} C) 4^{11} D) 3^{10} E) 2^9

10. Prostokątna plansza jest podzielona na 8 kwadratów o boku 1 (patrz rysunek). Po planszy można poruszać się chodząc po bokach kwadratów lub ich przekątnych. Ile jest równa długość najkrótszej drogi pomiędzy przeciwległymi rogami planszy?

- A) $2\sqrt{5}$ B) $\sqrt{10} + \sqrt{2}$ C) $2 + 2\sqrt{2}$ D) $4\sqrt{2}$ E) 6



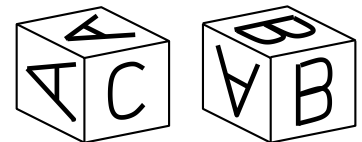
Pytania po 4 punkty

11. Niech n oznacza liczbę kątów wewnętrznych pięciokąta wypukłego, które są kątami prostymi. Lista wszystkich możliwych wartości n to

- A) 1, 2, 3. B) 0, 1, 2, 3, 4. C) 0, 1, 2, 3. D) 0, 1, 2. E) 1, 2.

12. Na każdej ścianie sześciennej kostki znajduje się jedna z liter: A, B, C. Rysunek obok przedstawia dwa różne widoki tej kostki. Na ilu ścianach kostki widnieje litera A?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5



13. Pan Świeca zakupił 100 świec. Codziennie wypala jedną świecę, a z wosku pozostałego po wypaleniu każdego 7 świec robi jedną nową świecę. Po ilu dniach pan Świeca będzie musiał ponownie zakupić nowe świece?

- A) 112 B) 114 C) 115 D) 116 E) 178

14. Każdy mieszkaniec planety X ma przynajmniej 2 czułki. Trzech mieszkańców tej planety o imionach: Imi, Dimi i Trimi spotkało się w kraterze. Imi powiedział: „Widzę 8 czułek”, Dimi: „Widzę 7 czułek”, a Trimi: „Widzę tylko 5 czułek”. Żaden z nich nie mógł widzieć swoich czułek. Ile czułek ma Trimi?

- A) 2 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

15. Zbiornik w kształcie prostopadłościanu o podstawie kwadratu, którego bok ma długość 10 cm, wypełniono wodą do wysokości h cm. Po wrzuceniu do zbiornika metalowego sześcianu o krawędzi 2 cm poziom wody podniósł się do wysokości 2 cm. Minimalna wartość h , dla której jest to możliwe, wynosi

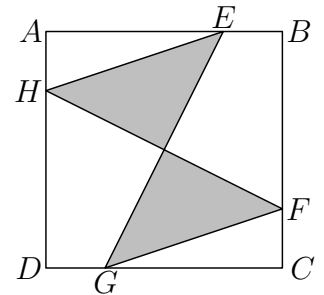
- A) 1,92 cm. B) 1,93 cm. C) 1,90 cm. D) 1,91 cm. E) 1,94 cm.

16. Iloczyn wieku ojca i wieku syna liczonych w latach jest równy 2015. Różnica wieku ojca i wieku syna liczona w latach jest równa

- A) 26. B) 29. C) 31. D) 34. E) 36.

17. Kwadrat $ABCD$ ma pole równe 80. Punkty E, F, G, H leżą na jego bokach i $|AE| = |BF| = |CG| = |DH|$ oraz $|AE| = 3 \cdot |EB|$. Ile jest równe pole zacięniowanego obszaru (patrz rysunek)?

- A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40



18. Długość i szerokość prostokąta są liczbami pierwszymi, a jego obwód jest równy 170. Ile jest równa suma cyfr iloczynu tych liczb pierwszych?

- A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 21

19. Ile jest wszystkich dodatnich 3-cyfrowych liczb całkowitych, których każde dwie sąsiednie cyfry różnią się o 3?

- A) 12 B) 14 C) 16 D) 20 E) 27

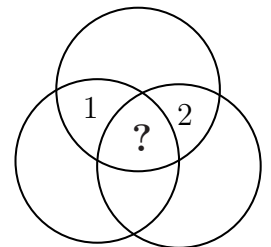
20. Jaś twierdzi: *Jeżeli n jest liczbą pierwszą, to co najmniej jedna z liczb $n - 2$ lub $n + 2$ jest liczbą pierwszą.* Który z przykładów pokazuje, że Jaś się myli?

- A) $n = 11$ B) $n = 17$ C) $n = 19$ D) $n = 29$ E) $n = 37$

Pytania po 5 punktów

21. W każdy z siedmiu obszarów ograniczonych łukami okręgów wpisano jedną liczbę. Wiadomo, że każda wpisana w obszar liczbą jest sumą liczb wpisanych w obszary z nim sąsiadujące (dwa obszary sąsiadują, jeżeli ich częścią wspólną jest łuk okręgu). Jaką liczbę wpisano w obszar centralny oznaczony znakiem zapytania, jeżeli wiadomo, że w dwa obszary z nim sąsiadujące wpisano 1 i 2 (patrz rysunek)?

- A) 0 B) -3 C) 3 D) -6 E) 6



22. Maja chce ustawić na półce regału 3 różne słowniki i 2 różne powieści w taki sposób, aby zarówno słowniki, jak i powieści stały obok siebie. Na ile sposobów może to zrobić?

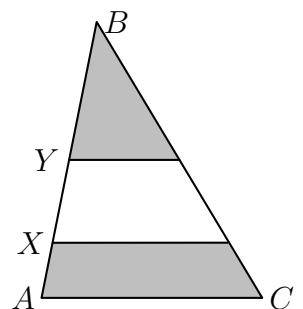
- A) 12 B) 24 C) 30 D) 60 E) 120

23. Ile różnych liczb dwucyfrowych można zapisać w postaci sumy 6 różnych składników całkowitych, z których każdy jest potęgą liczby 2 (dopuszczamy potęgę 2^0)?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

24. W trójkącie ABC przez punkty X i Y boku AB poprowadzono proste równoległe do jego podstawy AC (patrz rysunek). Pola zacięniowanych obszarów są równe. Jaki jest stosunek $|BY| : |YA|$, jeżeli $|BX| : |XA| = 4 : 1$?

- A) 1 : 1 B) 2 : 1 C) 3 : 1 D) 3 : 2 E) 4 : 3

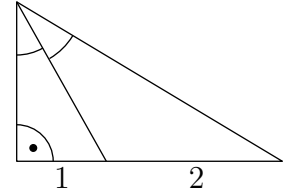


25. Rowerzysta przejechał ze stałą prędkością dystans 84 km. W ciągu godziny jazdy pokonywał dystans o 2 km dłuższy od zaplanowanego, co skróciło planowany czas całego przejazdu o 1 godzinę. Z jaką prędkością jechał rowerzysta?

- A) 28 km/h B) 21 km/h C) 16 km/h D) 14 km/h E) 12 km/h

26. Dwusieczna kąta ostrego w trójkącie prostokątnym dzieli przeciwległy bok na dwa odcinki o długościach 1 i 2. Jaką długość ma ta dwusieczna?

- A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{4}$ D) $\sqrt{5}$ E) $\sqrt{6}$



27. Po skreśleniu jednej spośród liczb: $1, 2, 3, \dots, n$ średnia arytmetyczna pozostałych liczb jest równa 4,75. Jaką liczbę skreślono?

- A) 5 B) 7 C) 8 D) 9
E) Wyznaczenie tej liczby jest niemożliwe.

28. Liczba 12 ma 6 dodatnich dzielników całkowitych, są nimi liczby: 1, 2, 3, 4, 6, 12. Największa możliwa liczba dodatnich całkowitych dzielników liczby dwucyfrowej jest równa

- A) 6. B) 8. C) 10. D) 12. E) 16.

29. Rozważamy dziesięcioelementowe zbiory liczb. Każdą liczbę w zbiorze, która jest iloczynem pozostałych 9 liczb, podkreślamy. Co najwyżej ile liczb może być podkreślonych?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 9 E) 10

30. Na prostej zaznaczono pewną liczbę punktów, a następnie każde dwa z tych punktów połączono odcinkiem. Jeden spośród zaznaczonych punktów leży dokładnie wewnątrz 80 narysowanych odcinków, a inny dokładnie wewnątrz 90 odcinków (punkt leży wewnątrz odcinka, gdy leży na odcinku, ale nie jest jego końcem). Ile punktów zaznaczono na prostej?

- A) 20 B) 22 C) 80 D) 90 E) Liczby punktów nie można ustalić.