



Kangourou Sans Frontières



Wydział Matematyki i Informatyki
Uniwersytetu Mikołaja Kopernika
w Toruniu

Towarzystwo Upowszechniania Wiedzy
i Nauk Matematycznych

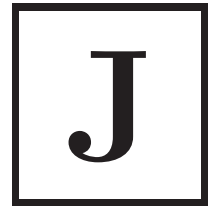
Międzynarodowy Konkurs Matematyczny KANGUR 2012

Junior

Klasy III gimnazjów i I liceów

Czas trwania konkursu: 75 minut

Podczas konkursu nie wolno używać kalkulatorów!

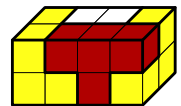


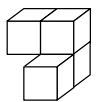
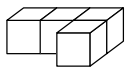
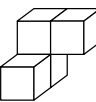
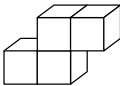

Pytania po 3 punkty

1. Dziesięć procent połowy pewnej liczby jest równe 5. Liczbą tą jest

- A) 50. B) 20. C) 80. D) 100. E) 0,5.

2. Prostopadłościan zbudowano z czterech klocków różnych kolorów. Każdy z klocków jest utworzony z czterech sześciątów. Jak wygląda biały klocek?

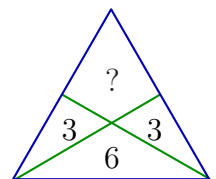


- A)  B)  C)  D)  E) 

3. $11,11 - 1,111 =$

- A) 9,009 B) 9,0909 C) 9,99 D) 9,999 E) 10

4. Dwie środkowe trójkąta równoramiennego poprowadzone z końców jego podstawy podzieliły trójkąt na czworokąt i trójkąty o polach równych 3, 3, 6 (patrz rysunek). Ile jest równe pole czworokąta?

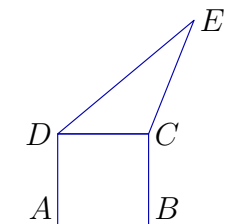


- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

5. Suma cyfr liczby siedmiocyfrowej jest równa 6. Ile jest równy iloczyn cyfr tej liczby?

- A) 7 B) 6 C) $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7$ D) 0 E) Nie można tego ustalić.

6. Pole kwadratu $ABCD$ o boku długości 4 cm jest równe polu trójkąta CDE (patrz rysunek). Jaka jest odległość punktu E od prostej AB ?



- A) 8 cm B) $(4 + 2\sqrt{3})$ cm C) 12 cm D) $10\sqrt{2}$ cm E) $8\sqrt{2}$ cm

7. Ile jest wszystkich liczb czterocyfrowych, w których zapisie dziesiętnym cyfrą setek jest 3, a suma pozostałych cyfr jest równa 3?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

8. Alice i Bob posługują się systemem szyfrowania tekstu, który wspólnie wymyślili. Alice zastępuje każdą literę tekstu liczbą, przy czym: A liczbą 1, B liczbą 2, C liczbą 3, ..., Z liczbą 26. Po zamianie liter na odpowiednie liczby, każdą z nich mnoży przez 2 i powiększa o 9. Tym sposobem otrzymuje zaszyfrowany tekst w postaci ciągu liczb. Dzisiaj Bob otrzymał od Alice zaszyfrowany tekst w postaci ciągu czterech liczb: 25; 19; 45; 38. Jaki tekst wysłała Alice do Boba?

A) HERO B) HELP C) HEAR D) HERS E) Alice pomyliła się w szyfrowaniu.

9. Jaki jest obwód trójkąta, którego wierzchołkami są środki boków trójkąta prostokątnego o przyprostokątnych długości 6 cm i 8 cm?

A) 10 cm B) 12 cm C) 15 cm D) 20 cm E) 24 cm

10. W czterech z niżej zapisanych wyrażeń zastąpienie liczby 8 dowolnie wybraną liczbą dodatnią (każde wystąpienie 8 zastępujemy tą samą liczbą) nie zmienia ich wartości. Które wyrażenie nie ma tej własności?

A) $(8 + 8 - 8) : 8$ B) $8 + (8 : 8) - 8$ C) $8 : (8 + 8 + 8)$ D) $8 - (8 : 8) + 8$ E) $8 \cdot (8 : 8) : 8$

Pytania po 4 punkty

11. Przy dzieleniu z resztą każdej z liczb 144 i 220 przez liczbę całkowitą dodatnią x otrzymano taką samą resztę równą 11. Ile jest równe x ?

A) 7 B) 11 C) 15 D) 19 E) 38

12. Gdy Lolek stoi na stole, to jest o 80 cm wyższy od Bolka stojącego na podłodze. Jeśli Bolek stanie na tym samym stole, a Lolek na podłodze, to Bolek będzie wyższy od Lolka o 1 m. Jaka wysokość ma stół?

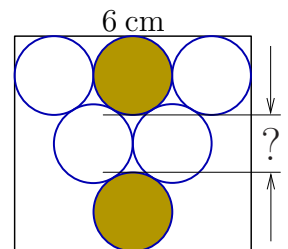
A) 60 cm B) 80 cm C) 90 cm D) 100 cm E) 120 cm

13. Ania i Krzyś rzucają monetą. Jeśli wypadnie reszka, to wygrywa Ania i wtedy Krzyś daje jej 2 cukierki, jeśli zaś wypadnie orzeł, to wygrywa Krzyś i wtedy Ania daje mu 3 cukierki. Po 30 rzutach okazało się, że każde z dzieci ma tyle samo cukierków, co przed rozpoczęciem zabawy. Ile razy wygrał Krzyś?

A) 6 B) 12 C) 18 D) 24 E) 30

14. W prostokąt o boku długości 6 cm wpisano „trójkąt” sześciu stycznych okręgów o tych samych promieniach, tak jak na rysunku. Ile jest równa odległość pomiędzy zacieniowanymi kołami?

A) 1 cm B) $\sqrt{2}$ cm C) $(2\sqrt{3} - 2)$ cm D) $\frac{\pi}{2}$ cm E) 2 cm

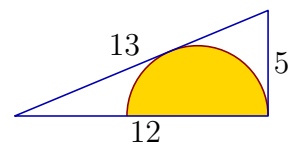


15. Ostatnią (patrząc od lewej strony) niezerową cyfrą liczby $2^{59} \cdot 3^4 \cdot 5^{53}$ jest

A) 1. B) 2. C) 4. D) 6. E) 9.

16. W trójkąt prostokątny o długościach przyprostokątnych 5 i 12 wpisano półkole, tak jak na rysunku. Jaka długość ma promień tego półkola?

A) $\frac{7}{3}$ B) $\frac{10}{3}$ C) $\frac{12}{3}$ D) $\frac{13}{3}$ E) $\frac{17}{3}$



17. W pola tabeli na rysunku obok należy wpisać cyfry, tak aby ich sumy we wszystkich wierszach były sobie równe i sumy we wszystkich kolumnach także były sobie równe. Pewne z cyfr zostały już wpisane. Jaka cyfra znajdzie się w polu oznaczonym znakiem zapytania?

2	4		2
	3	3	
6		1	?

A) 1 B) 4 C) 6 D) 8 E) 9

18. Długości dwóch boków czworokąta są równe 1 i 4, a jedna z jego przekątnych ma długość 2 i dzieli go na dwa trójkąty równoramienne. Obwód tego czworokąta jest równy

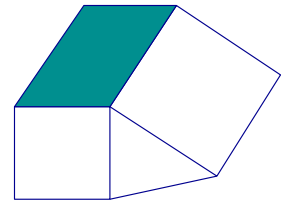
A) 8. B) 9. C) 10. D) 11. E) 12.

19. W biegu finałowym bierze udział tylko trzech zawodników: KAN, GA i ROO. Na spotkaniu przed biegiem czterech komentatorów sportowych dyskutowało o ich szansach na zwycięstwo. Pierwszy powiedział: „Zwycięży KAN albo GA”, drugi: „GA nie będzie drugi lub zwycięży ROO”, trzeci: „GA nie będzie trzeci”, a czwarty: „Drugi będzie GA albo ROO”. Po biegu okazało się, że wszyscy mieli rację. W jakiej kolejności zawodnicy minęli linię mety?

A) KAN, GA, ROO B) KAN, ROO, GA C) ROO, GA, KAN
D) GA, ROO, KAN E) GA, KAN, ROO

20. Wielokąt na rysunku obok tworzą: trójkąt o polu 8 cm^2 , dwa kwadraty o bokach długości 4 cm i 5 cm, oraz zaciemniony równoległobok. Ile centymetrów kwadratowych ma pole tego równoległoboku?

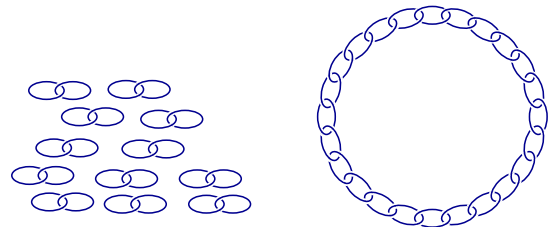
A) 15 B) 16 C) 18 D) 20 E) 21



Pytania po 5 punktów

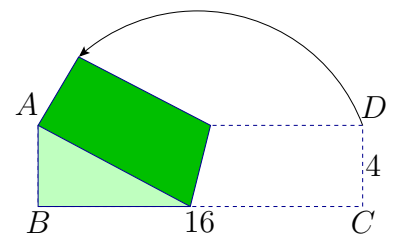
21. Jubiler zamierza z 12 łańcuszków o dwóch ogniwach złożyć łańcuch zamknięty (patrz rysunek). W tym celu musi niektóre z ogniw rozciąć (aby potem je ponownie połączyć). Jaka jest najmniejsza liczba ogniw, które jubiler musi rozciąć?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12



22. Kartkę w kształcie prostokąta o wymiarach $16\text{ cm} \times 4\text{ cm}$ zagięto, tak że punkty A i C pokryły się (patrz rysunek). Ile centymetrów kwadratowych ma pole powstałego w ten sposób pięciokąta?

A) 17 B) 27 C) 37 D) 47 E) 57



23. Pociągi A i B jadą ze stałymi prędkościami. Pociąg A mija słup trakcyjny w czasie 8 sekund, a następnie spotyka jadący w przeciwną stronę pociąg B. Pociągi te mijają się przez 9 sekund. Pociąg B mija słup trakcyjny w czasie 12 sekund. Które zdanie jest prawdziwe?

A) Pociąg A jest 2 razy dłuższy niż pociąg B. B) Pociągi te są równej długości.
C) Pociąg B jest o 50% dłuższy niż pociąg A. D) Pociąg B jest 2 razy dłuższy niż pociąg A.
E) Pociąg A jest o 50% dłuższy niż pociąg B.

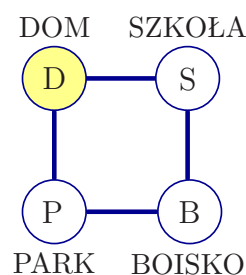
24. Beata zapisała liczbę 2012 w postaci $m^m \cdot (m^k - k)$, gdzie m i k są pewnymi liczbami naturalnymi. Ile jest równe k ?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 9 E) 11

25. Wśród pewnych sześciu parami różnych liczb całkowitych dodatnich istnieje dokładnie jedna para liczb, taka że mniejsza z nich nie dzieli większej. Niech n oznacza największą wśród takich sześciu liczb. Najmniejszą możliwą wartością n jest

- A) 18. B) 20. C) 24. D) 36. E) 45.

26. Kangur skacze po planszy przedstawionej na rysunku. Z dowolnego miejsca planszy, z wyjątkiem miejsca DOM, może skoczyć, wzdłuż narysowanej linii, na każde z miejsc sąsiednich. Kangur rozpoczyna skakanie z miejsca SZKOŁA. Gdy znajdzie się w miejscu DOM, to kończy skakanie. Kangur w swojej wędrówce ze SZKOŁY do DOMU wykonał dokładnie 13 skoków. Na ile sposobów mógł to zrobić?



- A) 12 B) 32 C) 64 D) 144 E) 1024

27. Żaden z czterech zegarów wiszących w pokoju Marka nie wskazuje poprawnie czasu – każdy z nich albo spiesz się, albo spóźnia się. Czas pokazywany przez pierwszy zegar różni się od czasu właściwego o 2 minuty, przez drugi o 3 minuty, przez trzeci o 4 minuty, a przez czwarty o 5 minut. Pewnego razu Marek, chcąc dowiedzieć się, która jest godzina, odczytał wskazania swoich zegarów: jeden z nich wskazywał za 6 minut trzecią, jeden za 3 minuty trzecią, jeden 2 minuty po trzeciej, jeden 3 minuty po trzeciej. Która była wtedy godzina?

- A) 3:00 B) 2:57 C) 2:58 D) 2:59 E) 3:01

28. Adam wypisał wszystkie liczby trzycyfrowe i dla każdej z nich obliczył iloczyn jej cyfr. Następnie obliczył sumę tych wszystkich iloczynów. Jaki wynik otrzymał?

- A) 45 B) 45^2 C) 45^3 D) 2^{45} E) 3^{45}

29. Liczby naturalne od 1 do 120 umieszczono w tablicy jak na rysunku. W której kolumnie (licząc od lewej) suma liczb jest największa?

1							...	
2	3						...	
4	5	6					...	
7	8	9	10				...	
11	12	13	14	15			...	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
106	107	108	109	110	111	112	...	120

- A) W pierwszej. B) W piątej.
C) W siódmej. D) W dziesiątej.
E) W trzynastej.

30. Dany jest ośmiokąt foremny $ABCDEFGH$. Spośród wierzchołków C, D, E, F, G, H wybieramy jeden i łączymy go odcinkiem z wierzchołkiem A , następnie jeszcze raz spośród tych samych sześciu wierzchołków wybieramy jeden i łączymy go odcinkiem z punktem B . Ile podziałów ośmiokąta na trzy wielokąty można otrzymać w ten sposób?

- A) 6 B) 9 C) 10 D) 12 E) 16